



中国 FRANCE  
1964 - 2014  
CHINE 法国

Concours de Mathématiques du cinquantenaire

# *Compter avec l'autre*

*Mercredi 19 mars 2014*

**Durée de l'épreuve : 2 heures.  
Les calculatrices sont autorisées.**

*L'épreuve est composée de 10 exercices indépendants, de difficulté plus ou moins croissante.*

*Dans les exercices 2, 4 et 9 on ne demande pas de justifier la réponse choisie.*

*Pour l'exercice 6, les candidats doivent rendre, avec leur copie, l'annexe I sur laquelle ils laisseront apparents les traits de construction.*

*Dans les autres exercices, on encourage les candidats à expliquer clairement leurs raisonnements et à justifier leurs réponses.*

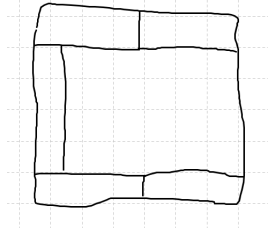


INSTITUT  
FRANÇAIS



## Exercice 1

Un carré est recouvert de  $N$  rectangles, tous de mêmes dimensions, de telle sorte qu'il y a exactement deux rectangles sur les côtés horizontaux (haut et bas) et exactement un rectangle pour compléter le côté vertical.



Le dessin ci-contre (fait à main levée) où 5 rectangles sont représentés, illustre cette situation.

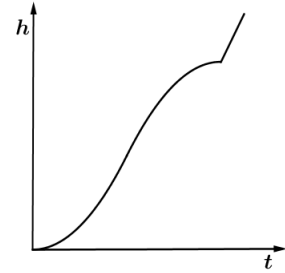
**Combien de rectangles sont nécessaires pour recouvrir le carré en entier ? Justifier.**

\*\*\*\*\*

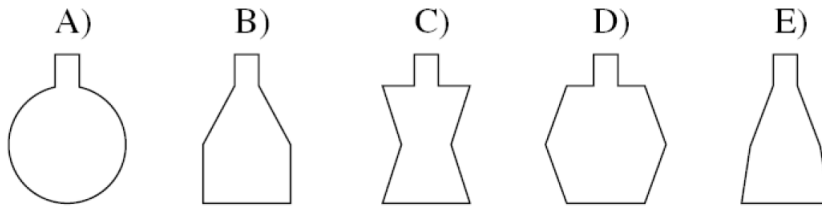
## Exercice 2

Une bouteille (qui est un solide de révolution) a été remplie à un robinet dont le débit est constant.

Voici la courbe donnant la hauteur  $h$  de l'eau en fonction du temps  $t$  pendant le remplissage.



**Quelle est la forme de la bouteille qui a donné cette courbe ?**  
(Indiquer, sans justification, la lettre de la bouteille correspondante sur votre copie).



\*\*\*\*\*

## Exercice 3

On considère deux nombres  $x$  et  $y$  tels que  $-1 < x < 0$  et  $-1 < y < 0$ .

**Classer, du plus petit au plus grand, les nombres  $x$ ,  $xy$ ,  $xy^2$  et  $\frac{1}{xy}$ . Justifier.**

\*\*\*\*\*

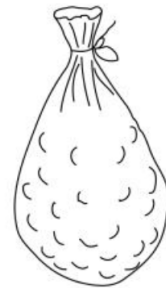
## Exercice 4

Un sac contient 20 billes, dont 9 billes blanches, 5 billes rouges et 6 billes noires.

On enlève 10 billes du sac : on a pris entre 2 et 8 billes blanches, au moins 2 billes rouges et au plus 3 billes noires.

**Donner le nombre de tirages possibles.**

(Indiquer, sans justification, sur votre copie la lettre correspondant à votre résultat).



- A) 12                      B) 15                      C) 16                      D) 18                      E) 20

\*\*\*\*\*

## Exercice 5

On considère l'ensemble  $\mathbb{W}$  des entiers de la forme  $p^2 + q^2$ , où  $p$  et  $q$  sont des entiers relatifs quelconques. Par exemple  $25 = 3^2 + 4^2$  est dans cet ensemble  $\mathbb{W}$ .

*Le produit de deux nombres de  $\mathbb{W}$  appartient-il à  $\mathbb{W}$  ? Justifier.*

\*\*\*\*\*

## Exercice 6

Le quadrilatère  $ABCD$  représenté dans l'annexe I a été dessiné dans un repère orthonormal qui a été effacé. On connaît les coordonnées de ses sommets dans ce repère :

$$A(-4; 2) ; B(2; -6) ; C(3; 6) ; D(1; 2).$$

*Retrouver le centre et les axes de ce repère.*

(Expliquer votre construction et laisser apparents les traits de construction).

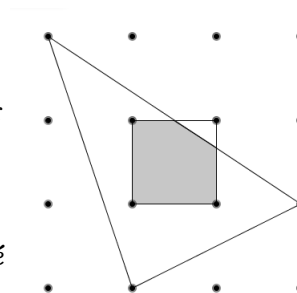
\*\*\*\*\*

## Exercice 7

Sur un quadrillage de points, on a tracé un triangle et un carré (voir figure ci-contre).

On prend comme unité le côté des carreaux du quadrillage.

*Quelle est l'aire de la partie commune au triangle et au carré dessinés ?*



\*\*\*\*\*

## Exercice 8

Un commerçant vend des stylos sous deux formes : par paquets de 5 stylos, ou par paquets de 7 stylos.

1. *Est-il possible d'acheter 50 stylos sans ouvrir de paquets ?*

Si non, expliquer pourquoi ; si oui, donner toutes les possibilités.

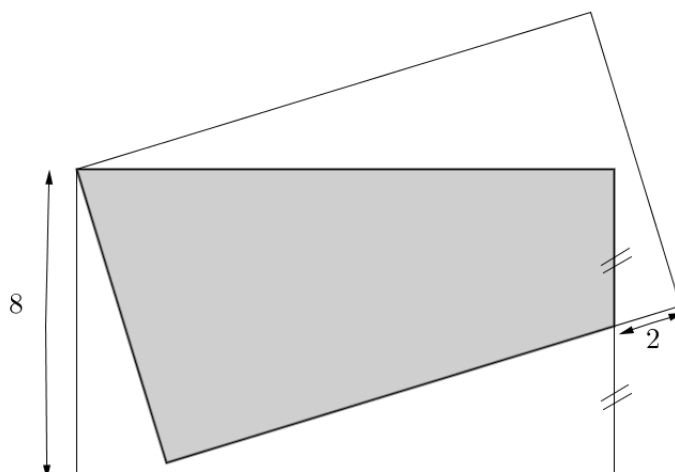
2. *Est-il possible d'acheter 2014 stylos sans ouvrir de paquets ?*

Si non, expliquer pourquoi ; si oui, donner le nombre de possibilités.

\*\*\*\*\*

## Exercice 9

Deux rectangles de mêmes dimensions ont un sommet commun et se recouvrent partiellement comme le montre la figure codée ci-dessous (qui n'est pas réalisée en vraie grandeur).



**Combien vaut l'aire de la partie grisée ?**

(Indiquer, sans justification, sur votre copie la lettre correspondant à votre résultat).

- A) Il manque des données pour pouvoir répondre.
- B) 50
- C) 60
- D) 70
- E) 80

\*\*\*\*\*

## Exercice 10

Soient deux entiers naturels  $a$  et  $b$  qui vérifient l'égalité  $9a + 9b = 2ab - 19$ .

**Déterminer toutes les possibilités pour  $a$  et  $b$ .**

\*\*\*\*\*

FIN DE L'ÉPREUVE

## ANNEXE I

## Exercice 6

