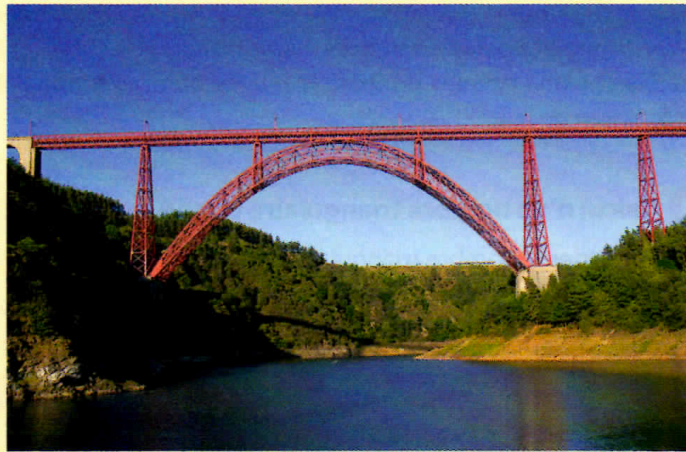


## Problème du pont de Garabit

Quelle longueur de guirlande faut-il prévoir pour illuminer l'arc portant le viaduc pour fêter les 140 ans de l'ouvrage en 2024 ?



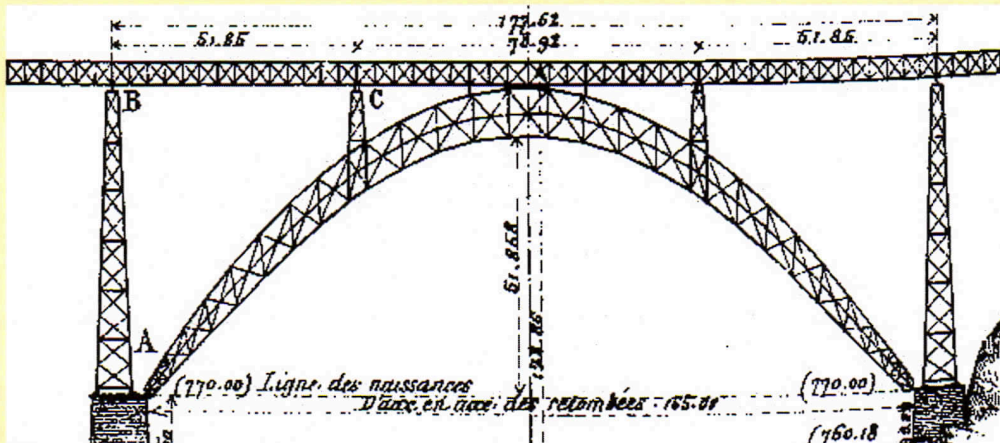
Document 1 : brève histoire du viaduc de Garabit.



Cet ouvrage ferroviaire métallique franchit les gorges de la Truyère dans le Cantal. Conçu par Gustave Eiffel, il fut commencé en 1880 et achevé en 1884, 3 ans avant la « Tour Eiffel ». La grande arche a une portée de 165 m, une flèche de 51,858 m et une hauteur sous clé de 10 m.

Document 2 : plan du viaduc de Garabit dû à G. Eiffel.

Source : Annales industrielles de Juin 1888 (planche 49).



## Aide à la résolution :

Grâce à Géogébra on détermine une fonction qui modélise la grande arche :

$$f(x) = -0,2x^2 + 1,55x - 0,5$$

D'où  $165 \cdot E = (x_2 - x_1)$  avec les deux racines de  $f(x)$  et  $E$  l'échelle du graphique :  $x_2 = 7,46$  et  $x_1 = 0,34$

On peut aussi travailler avec la hauteur max (51,858+10).

D'où calcul sous Python de la longueur de l'arche.

```
from math import *
```

```
def fonction(x):
```

```
    return -0.2*x**2+1.55*x-0.5
```

```
def longueur_pont(a,b,n):
```

```
    L=0
```

```
    for i in range(n):
```

```
        L=L+sqrt((fonction(a+i*(b-a)/n)-fonction(a+(i+1)*(b-a)/n))**2+((b-a)/n)**2)
```

```
    return(L)
```

Et retour à la longueur réelle.

## Mise en œuvre auprès des élèves :

1. Ouvrir le logiciel géogebra
2. Dans EDITER, faire insérer une image à partir d'un fichier.
3. Insérer la photo du pont de Garabit dans le document géogébra.
4. Dans EDITER, à l'aide des propriétés, mettre l'image en arrière plan.
5. Faire en sorte que la photo soit à un endroit du repère qui vous arrange ( si possible avec le bas de l'arche sur l'axe des abscisses).
6. Placer trois points sur la grande arche (où vous le souhaitez).
7. Dans la barre de saisie : taper le mot « Polynôme() ».
8. Dans les parenthèses, saisir le nom des trois points de votre graphique, séparés par des virgules.
9. Modifier l'emplacement des points de sorte à obtenir la courbe la plus proche de l'arche.
10. En déduire l'expression de la fonction permettant de modéliser l'arche du pont.
11. Déterminer les valeurs qui annulent cette fonction.
12. Déterminer l'abscisse du maximum de cette fonction et la valeur du maximum.
13. Déterminer la longueur de la courbe sur la portion qui modélise l'arche. On pourra s'aider d'un programme sous Python :

```
from math import *
```

```
def fonction(x):
```

```
    return .....
```

```
def longueur_pont(a,b,n):
```

```
    L=0
```

```
    for i in range(n):
```

```
        L=L+sqrt((fonction(a+i*(b-a)/n)-fonction(a+(i+1)*(b-a)/n))**2+((b-a)/n)**2)
```

```
    return(L)
```

14. En déduire la longueur de l'arche et donc de la guirlande.