

## Calcul de la valeur approchée d'une racine carrée par la méthode de **Héron d'Alexandrie**

### **I. Point historique :**

Voir biographie (succinte) de Héron d'Alexandrie

Dans le tome I des *Métriques* Héron détaille une méthode pour calculer l'aire d'un triangle en connaissant ses trois côtés (formule de Héron, attribuée à Archimède, démontrée par Héron) en prenant pour exemple un triangle de côtés 7, 8 et 9 unités. Il obtient alors le nombre 720 comme résultat intermédiaire, dont il doit calculer la racine carrée.

Il propose alors la méthode de calcul suivante:

*« Puisque alors les 720 n'ont pas le côté exprimable, nous prendrons le côté avec une très petite différence ainsi. Puisque le carré le plus voisin de 720 est 729 et il a 27 comme côté, divise les 720 par le 27 : il en résulte 26 et deux tiers. Ajoute les 27 : il en résulte 53 et deux tiers. De ceux-ci la moitié : il en résulte 26 2' 3'. Le côté approché de 720 sera donc 26 2' 3'. En effet 26 2' 3' par eux-mêmes : il en résulte 720 36', de sorte que la différence est une 36<sup>e</sup> part d'unité. Et si nous voulons que la différence se produise par une part plus petite que le 36', au lieu de 729, nous placerons les 720 et 36' maintenant trouvés et, en faisant les mêmes choses, nous trouverons la différence qui en résulte inférieure, de beaucoup, au 36'. »*

– Héron d'Alexandrie, *Metrica*, tome I, 8

Remarque 2' signifie 1/2

Par des calculs successifs, assimilables à un algorithme ou à des calculs de termes de suites, Héron approche la racine carrée de 720 et énonce également que la précision augmente très rapidement.

### **II. Manipulation, contexte géométrique.**

Rappeler la prégnance de la géométrie dans les mathématiques de l'antiquité.

On peut proposer aux élèves d'extraire une racine carrée par la méthode Héron  
Par exemple : Racine de 118 (voir fiche 1 extraction géométrique de  $\sqrt{118}$ )

Ou montrer la vidéo suivante

Lien vidéo : <https://www.youtube.com/watch?v=7dNF29NKhoM>

### **III. Etude de la suite**

Si la fiche 1 a été faite, on peut faire modéliser la méthode de Héron par une suite.  
Sinon, on peut traduire le texte afin de calculer le ou les premiers termes.

$$\begin{cases} u_0 = 27 & \text{avec } a = 720 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2} \left( u_n + \frac{a}{u_n} \right) \end{cases}$$

Remarque :  $u_0$  peut être proche de  $\sqrt{a}$  ou prendre n'importe quelle valeur.

Nous allons étudier la suite qui permet de calculer racine de 118 (voir fiche 2)

Etude des termes :

Etude graphique de la convergence :

Etude de la convergence :

Lien vidéo : <https://www.youtube.com/watch?v=F-CmD0H9oEw>