

## Extraction d'une racine carrée

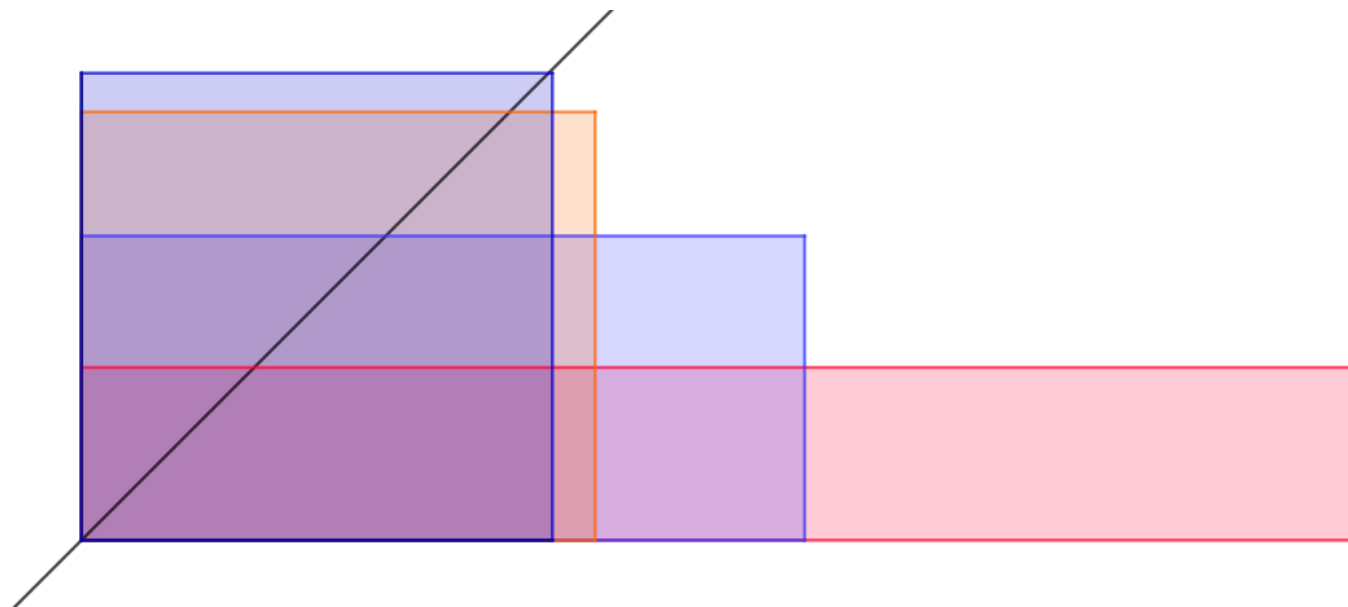
### Méthode de Héron – Approche géométrique

Cherchons à nous approcher de la valeur de  $\sqrt{118}$

#### Partie A :

On utilise la méthode de Héron, mais en choisissant une 1<sup>ère</sup> valeur assez éloignée afin que l'évolution des constructions soient plus visibles.

Longueur	4	$\frac{67}{4} = 16,75$	$\frac{6377}{536} \approx 11,897$	10,90776569
Largeur	$\frac{118}{4} = 29,5$	$\frac{118}{\frac{67}{4}} = \frac{472}{67} \approx 7,044776$	$\frac{118}{\frac{6377}{536}} \approx 9,91817$	$118/10,90776569 \approx 10,81798082$
Moyenne	$\frac{4 + \frac{118}{4}}{2} = \frac{67}{4} = 16,75$	$\frac{\frac{67}{4} + \frac{118}{\frac{67}{4}}}{2} = \frac{6377}{536} \approx 11,897$	$\frac{\frac{6377}{536} + \frac{118}{\frac{6377}{536}}}{2} \approx 10,9077$	$(L + l) / 2 = 10,86287695$
Carré de la moyenne	$\left(\frac{67}{4}\right)^2 = \frac{4489}{16} = 280,5625$	$\left(\frac{6377}{536}\right)^2 \approx 141,547$	$(10,9077)^2 \approx 118,97935$	$10,86287695^2 \approx 118,0021$



### Partie B :

1. On cherche un carré connu qui soit proche :  
118 et proche de 121, dont le carré est 11.

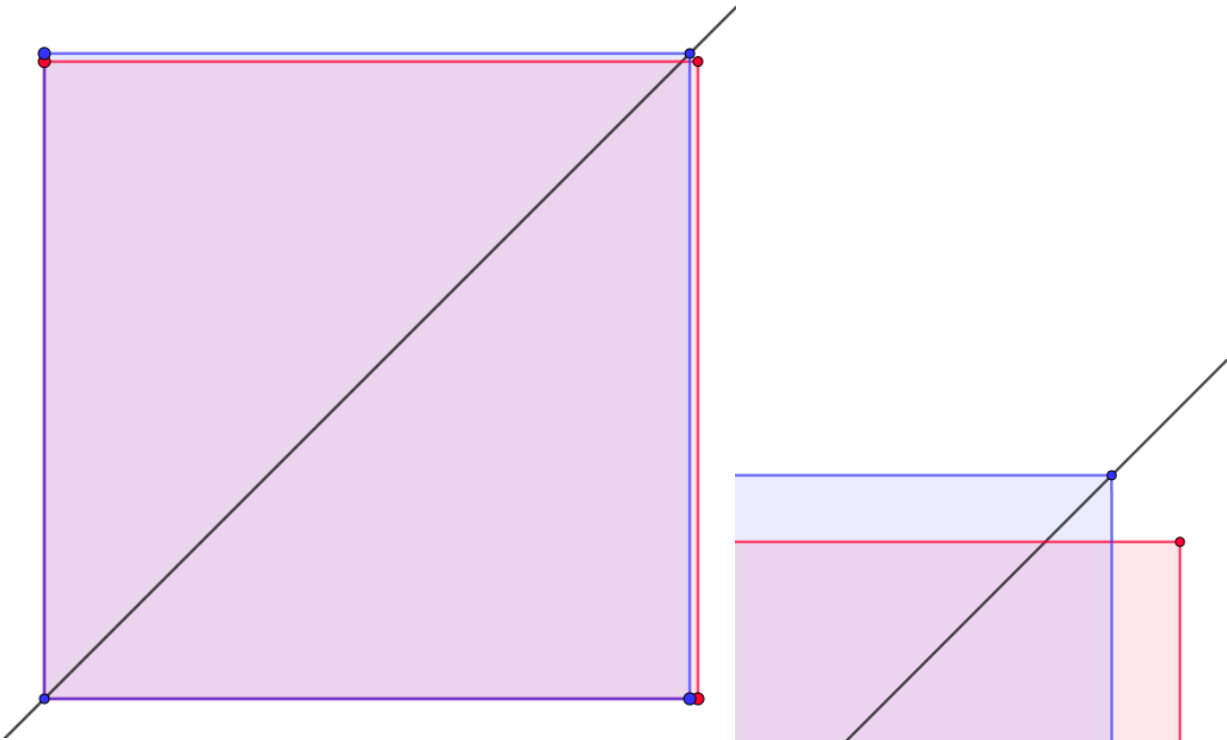
On trace donc un rectangle de longueur 11 cm et de largeur  $\frac{118}{11}$  cm.

2. Pour tracer une figure « plus carré » on va prendre la valeur moyenne entre 11 et  $\frac{118}{11}$ .

$$\frac{11 + \frac{118}{11}}{2} = \frac{239}{22} (\approx 10,863636..) \text{ et on peut vérifier que } \left(\frac{239}{22}\right)^2 = \frac{57\,121}{484} = 118,018595 !!!$$

3. Si on recommence avec la longueur de  $\frac{239}{22}$  et une largeur de  $\frac{2596}{239}$  ( $\approx 10,86192469..$ ), on obtient

une moyenne de  $\frac{\frac{239}{22} + \frac{2596}{239}}{2} \approx 10,86278052$  ; Or  $(10,86278052)^2 \approx 118,001023 !!!$  **en deux étapes**  
(on obtient même 118,0000007 en utilisant la mémoire de la calculatrice)



La convergence est tellement rapide que malgré la construction indépendante de la droite  $y = x$ , le sommet du deuxième carré appartient à cette droite. Le logiciel a atteint sa limite de précision.