« Un champ de tangentes »

Situation de référence

Mathématiques au lycée

« Un champ de tangentes »

Niveau. première (programme rentrée 2019) ; terminale S (programme rentrée 2012)

Niveau. première (programme rentrée 2019) ; terminale S (programme rentrée 2012)

Niveau. première (programme rentrée 2019) ; terminale S (programme rentrée 2012)

Chapitre sous-jacent. Fonction exponentielle

Niveau. première (programme rentrée 2019) ; terminale S (programme rentrée 2012)

Chapitre sous-jacent. Fonction exponentielle

Niveau. première (programme rentrée 2019) ; terminale S (programme rentrée 2012)

Chapitre sous-jacent. Fonction exponentielle

Chapitres prérequis ou réinvestis. Dérivation

« Un champ de tangentes »

« Un champ de tangentes »

Problème 1

Existe-t-il une fonction égale à sa dérivée ?

Problème 1

Existe-t-il une fonction égale à sa dérivée ?

— *La fonction nulle.*

Problème 1

Existe-t-il une fonction égale à sa dérivée ?

— *La fonction nulle.*

— Oui. Est-ce la seule ?

Problème 1

Existe-t-il une fonction égale à sa dérivée ?

— *La fonction nulle.*

— Oui. Est-ce la seule ?

— *…* (Les élèves restent sans voix.

Problème 1

Existe-t-il une fonction égale à sa dérivée ?

— *La fonction nulle.*
— Oui. Est-ce la seule ?
— *…* (Les élèves restent sans voix. On les aide au moyen d'une deuxième question.)

Problème 1

Existe-t-il une fonction égale à sa dérivée ?

— *La fonction nulle.*
— Oui. Est-ce la seule ?
— … (Les élèves restent sans voix. On les aide au moyen d'une deuxième question.)

Question 2

Comment traduire cette contrainte *graphiquement* ?

« Un champ de tangentes »

Analyse

Analyse

- Supposons que $\mathscr{C}_f$ passe par le point de coordonnées $(3\,;2)$. Alors la tangente y a pour coefficient directeur 2.

Analyse

- Supposons que $\mathscr{C}_f$ passe par le point de coordonnées $(3\,;2)$. Alors la tangente y a pour coefficient directeur 2.
- Idem avec d'autres points.

Analyse

- Supposons que $\mathscr{C}_f$ passe par le point de coordonnées $(3\,;2)$. Alors la tangente y a pour coefficient directeur 2.
- Idem avec d'autres points.
- Illustration avec un logiciel de géométrie dynamique : un point mobile et la tangente en ce point.

Analyse

- Supposons que $\mathscr{C}_f$ passe par le point de coordonnées $(3\,;2)$. Alors la tangente y a pour coefficient directeur 2.
- Idem avec d'autres points.
- Illustration avec un logiciel de géométrie dynamique : un point mobile et la tangente en ce point.
- Champ de tangentes

Analyse

- Supposons que $\mathscr{C}_f$ passe par le point de coordonnées $(3\,;2)$. Alors la tangente y a pour coefficient directeur 2.
- Idem avec d'autres points.
- Illustration avec un logiciel de géométrie dynamique : un point mobile et la tangente en ce point.
- Champ de tangentes

Synthèse

Analyse

- Supposons que $\mathscr{C}_f$ passe par le point de coordonnées $(3\,;2)$. Alors la tangente y a pour coefficient directeur 2.
- Idem avec d'autres points.
- Illustration avec un logiciel de géométrie dynamique : un point mobile et la tangente en ce point.
- Champ de tangentes

Synthèse

- Dessin d'une courbe représentative solution.

Analyse

- Supposons que $\mathscr{C}_f$ passe par le point de coordonnées $(3\,;2)$. Alors la tangente y a pour coefficient directeur 2.
- Idem avec d'autres points.
- Illustration avec un logiciel de géométrie dynamique : un point mobile et la tangente en ce point.
- Champ de tangentes

Synthèse

- Dessin d'une courbe représentative solution.
- Imaginer une goutte d'eau qui tombe, obligée de suivre les « micro-tangentes ».

Analyse

- Supposons que $\mathscr{C}_f$ passe par le point de coordonnées $(3\,;2)$. Alors la tangente y a pour coefficient directeur 2.
- Idem avec d'autres points.
- Illustration avec un logiciel de géométrie dynamique : un point mobile et la tangente en ce point.
- Champ de tangentes

Synthèse

- Dessin d'une courbe représentative solution.
- Imaginer une goutte d'eau qui tombe, obligée de suivre les « micro-tangentes ».
- Impossibilité des segments de droites : une solution ne peut contenir aucun « morceau » affine.

Analyse

- Supposons que $\mathscr{C}_f$ passe par le point de coordonnées $(3\,;2)$. Alors la tangente y a pour coefficient directeur 2.
- Idem avec d'autres points.
- Illustration avec un logiciel de géométrie dynamique : un point mobile et la tangente en ce point.
- Champ de tangentes

Synthèse

- Dessin d'une courbe représentative solution.
- Imaginer une goutte d'eau qui tombe, obligée de suivre les « micro-tangentes ».
- Impossibilité des segments de droites : une solution ne peut contenir aucun « morceau » affine.
- Peut-on en dessiner une autre courbe solution ?

Analyse

- Supposons que $\mathscr{C}_f$ passe par le point de coordonnées $(3\,;2)$. Alors la tangente y a pour coefficient directeur 2.
- Idem avec d'autres points.
- Illustration avec un logiciel de géométrie dynamique : un point mobile et la tangente en ce point.
- Champ de tangentes

Synthèse

- Dessin d'une courbe représentative solution.
- Imaginer une goutte d'eau qui tombe, obligée de suivre les « micro-tangentes ».
- Impossibilité des segments de droites : une solution ne peut contenir aucun « morceau » affine.
- Peut-on en dessiner une autre courbe solution ?
- Peut-on en dessiner une autre, qui passe par tel point ?

« Un champ de tangentes »

- Plusieurs courbes sont possibles (une infinité).

- Plusieurs courbes sont possibles (une infinité).
- Ces courbes sont toutes superposables.

- Plusieurs courbes sont possibles (une infinité).
- Ces courbes sont toutes superposables.
- On passe de l'une à l'autre par translation « horizontale ».

- Plusieurs courbes sont possibles (une infinité).
- Ces courbes sont toutes superposables.
- On passe de l'une à l'autre par translation « horizontale ».
- Les fonctions représentées sont croissantes.

- Plusieurs courbes sont possibles (une infinité).
- Ces courbes sont toutes superposables.
- On passe de l'une à l'autre par translation « horizontale ».
- Les fonctions représentées sont croissantes.
- Il existe aussi des courbes solutions au-dessous de l'axe des abscisses.

- Plusieurs courbes sont possibles (une infinité).
- Ces courbes sont toutes superposables.
- On passe de l'une à l'autre par translation « horizontale ».
- Les fonctions représentées sont croissantes.
- Il existe aussi des courbes solutions au-dessous de l'axe des abscisses. Elles sont symétriques des précédentes par rapport à l'axe des abscisses.

- Plusieurs courbes sont possibles (une infinité).
- Ces courbes sont toutes superposables.
- On passe de l'une à l'autre par translation « horizontale ».
- Les fonctions représentées sont croissantes.
- Il existe aussi des courbes solutions au-dessous de l'axe des abscisses. Elles sont symétriques des précédentes par rapport à l'axe des abscisses.
- Aucune de ces courbes ne croise l'axe des abscisses.

- Plusieurs courbes sont possibles (une infinité).
- Ces courbes sont toutes superposables.
- On passe de l'une à l'autre par translation « horizontale ».
- Les fonctions représentées sont croissantes.
- Il existe aussi des courbes solutions au-dessous de l'axe des abscisses. Elles sont symétriques des précédentes par rapport à l'axe des abscisses.
- Aucune de ces courbes ne croise l'axe des abscisses.
- Comment faire référence à l'une d'entre elles spécifiquement ?

« Un champ de tangentes »

- La contrainte $f' = f$ peut être traduite graphiquement par un champ de tangentes.

- La contrainte $f' = f$ peut être traduite graphiquement par un champ de tangentes.
- Il existe une infinité de fonctions solutions.

- La contrainte $f' = f$ peut être traduite graphiquement par un champ de tangentes.
- Il existe une infinité de fonctions solutions.
- Leurs courbes représentatives sont superposables.

- La contrainte $f' = f$ peut être traduite graphiquement par un champ de tangentes.
- Il existe une infinité de fonctions solutions.
- Leurs courbes représentatives sont superposables.
- Pour spécifier l'une d'elles, on peut choisir un « point de passage obligé », appelé aussi *condition initiale*.

- La contrainte $f' = f$ peut être traduite graphiquement par un champ de tangentes.
- Il existe une infinité de fonctions solutions.
- Leurs courbes représentatives sont superposables.
- Pour spécifier l'une d'elles, on peut choisir un « point de passage obligé », appelé aussi *condition initiale*.
- Les mathématiciens s'intéressent à une de ces fonctions en particulier : celle qui satisfait la condition $f(0) = 1$.

- La contrainte $f' = f$ peut être traduite graphiquement par un champ de tangentes.
- Il existe une infinité de fonctions solutions.
- Leurs courbes représentatives sont superposables.
- Pour spécifier l'une d'elles, on peut choisir un « point de passage obligé », appelé aussi *condition initiale*.
- Les mathématiciens s'intéressent à une de ces fonctions en particulier : celle qui satisfait la condition $f(0) = 1$.
  On l'appelle *fonction exponentielle* ; on la désigne par $\exp$.

- La contrainte $f' = f$ peut être traduite graphiquement par un champ de tangentes.
- Il existe une infinité de fonctions solutions.
- Leurs courbes représentatives sont superposables.
- Pour spécifier l'une d'elles, on peut choisir un « point de passage obligé », appelé aussi *condition initiale*.
- Les mathématiciens s'intéressent à une de ces fonctions en particulier : celle qui satisfait la condition $f(0) = 1$.
  On l'appelle *fonction exponentielle* ; on la désigne par $\exp$.
- On lit $\exp(1) \approx 2{,}7$.

« Un champ de tangentes »

- Champ de tangentes défini par $f' = f$
  - Document imprimé pour l'élève [A4]
  - Figure dynamique GeoGebra [.ggb] [.html]