

Compter des pommes

Niveau : 2de

Objectifs : méthodes de résolution des équations du premier degré, mise en équation
Efficacité des lettres

Contenus du programme :

« pour les fonctions affines (...) résoudre graphiquement ou algébriquement une équation du type $f(x)=k$ »

« Les textes évoqués dans la thématique « Nombres et calculs » indiquent une préoccupation algorithmique tout au long de l'histoire. Lorsqu'un texte historique a une visée algorithmique, transformer les méthodes qu'il présente en un algorithme, ou en un programme (...). »

Doc élève sur 2 pages.

Mise en oeuvre : discussion avec le groupe ?

Proposition de ma part :

Travail pour tous

1^{ère} méthode : mise en équation et résolution

2^{ème} méthode : « remonter les calculs » : pratique de la résolution d'une équation

par groupes ?

3^{ème} méthode :

* cette méthode aurait-elle fonctionné pour d'autres nombres que 100 et 200 ? des essais

* algo à faire

def double_fausse_position(a,b):

$Ea = ((a/2-2)/2-2)/2-2-1$

$Eb = ((b/2-2)/2-2)/2-2-1$

$x = (a*Eb - b*Ea) / (Eb - Ea)$

 return (x)

justification de la méthode :

* avec $(x ; 1)$, $(100 ; 9)$ et $(200 ; 21,5)$, construire un graphique : un groupe justifie l'alignement des points et donc la résolution algébrique

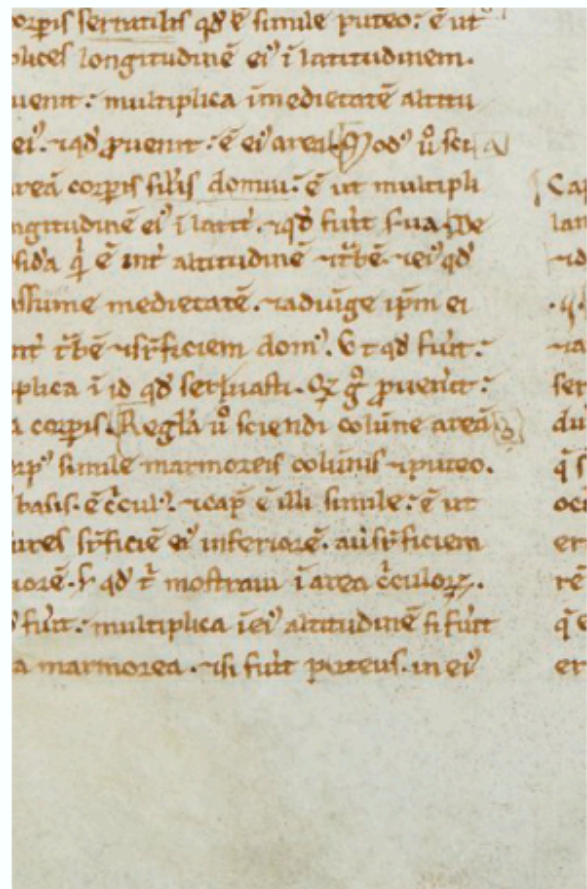
* un groupe utilise le thm de Thalès pour justifier la « méthode de double fausse position »

Le Liber augmenti et diminutionis – le problème des pommes

Assemblage de manuscrits du XIIIe siècle ;
probablement dûs à un savant nommé Ibrahim
Édition et traduction, Marc Moyon, 2019 (HDR)

Issu d'un corpus probablement lié à
l'enseignement. On y apprend à
résoudre des problèmes.

[#19] Et si quelqu'un avait dit : un certain
homme est entré dans un verger et y a cueilli
des pommes. Le verger a 3 portes dont
chacune d'entre elles est défendue par un
gardien. L'homme partage ses pommes
avec le premier gardien et il lui en donne 2
en plus. Il les partage avec le second et lui
en donne 2 en plus. Il les partage encore
avec le troisième et il lui en donne aussi 2 en
plus. Et il sort en ayant une pomme.
Combien de pommes avait-il alors cueillies ?



Méthode par l'algèbre

Sa règle a de fait été trouvée d'ajouter une chose et de la
partager. Tu auras donc une demie chose a laquelle on
joint 2 en moins et tu auras une demie chose moins 2.
Prends-en ensuite la moitié et tu auras un quart d'une
chose moins une drachme auquel on joint 2 en moins, et tu
auras le quart d'une chose moins 3 drachmes. Prends-en
ensuite la moitié et tu auras un huitième d'une chose moins
une drachme et demie. Puis, joins-y 2 drachmes en moins,
et tu auras un huitième d'une chose moins 3 drachmes et
demie qui sont égaux à 1. Ajoute donc 3 et un demi a un, et
ce sera 4 et un demi. Tu as donc un huitième d'une chose
qui est égal a 4 et un demi. La chose est donc égale a 36.
Comprends cela.

Méthode par la récurrence

[#22] *Il existe une autre procédure pour résoudre ce [problème] à l'aide de la règle qui est contenue dans le propos de l'auteur (...) Son procédé de calcul est d'ajouter 1 et 2, et ce sera 3. Double-le donc parce qu'il est dit qu'il y a un partage avec le troisième [gardien], et ce sera 6. Ensuite, ajoute 2, et ce sera 8. Double-le alors parce qu'il est dit qu'il y a un partage avec le second [gardien], et ce sera 16. Puis, ajoute 2 et ce sera 18. Double-le donc parce qu'il est dit qu'il y a un partage avec le premier gardien, et ce sera 36.*

Comprends cela.

Méthode de double fausse position

Le procédé de calcul de [ce problème] est de prendre un plateau de 100 et de partager avec le premier [gardien] et de lui [en] donner 2, et il te restera 48. Et partage avec le deuxième et donne-lui en 2, et il te restera 22. Et partage avec le troisième et donne-lui en 2, et il te restera 9.

Compare-le donc avec 1 qui restait. Dès lors, tu as commis une erreur de 8 par excès. Ceci est appelé la première erreur.

Prends ensuite un second plateau qui est de 200 et partage avec le premier et donne-lui 2 [pommes] en plus, et il te restera 98. Et partage avec le deuxième et donne-lui en 2 [en plus], et il te restera 47. Et partage avec le troisième et donne-lui 2 [en plus], et il te reste 21 et un demi. Compare-le donc avec 1 qui te restait. Des lors, tu as commis une erreur de 20 et un demi par excès. Ceci est appelé la seconde erreur.

Multiplie alors le premier plateau qui est 100, par l'erreur du second plateau qui est 20 et un demi, et il en résulte 2050.

Multiplie ensuite le second plateau par l'erreur du premier plateau, c'est-à-dire multiplie 200 par 8, et ce sera 1600.

Soustrais donc le plus petit des deux nombres du plus grand, c'est-à-dire enlève 1600 de 2050, et il restera 450.

Diminue ensuite une des deux erreurs de l'autre, c'est-à-dire soustrais 8 de 20 et un demi, et il restera 12 et un demi.

Divise alors 450 par celui-ci et il te parviendra 36.

Ceci est le nombre de pommes que l'homme a cueillies.