A peu près ...

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0;1]$.
On ne connaît pas l'expression de cette fonction mais on dispose des indices suivants :

- Sa fonction dérivée f' a pour expression pour tout $x \in [0;1]$, $f'(x) = \dfrac{4}{1+x^2}$;
- La valeur de la fonction f en 0 est 0.

Dans un repère du plan, dessiner une courbe approchant la courbe représentant la fonction f puis donner une valeur approchée de $f(1)$ au centième près, puis au millième près.

Pistes :

1. **Objectif :** Obtenir une approche de sa courbe représentative dans un repère du plan.
   (a) Soit g une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ et h un nombre réel proche de 0.
   Pour $x \in \mathbb{R}$, justifier que :
   $$g(x+h) \approx g(x) + h \times g'(x)$$
   (b) On pose $h = 0,1$. Donner une approche de la courbe de la fonction f.
   (c) Proposer une piste pour obtenir une courbe encore plus « proche » de celle de la fonction f.
2. **Objectif :** Approcher la valeur de $f(1)$.
   (a) Donner une valeur approchée de $f(1)$ au centième près, puis au millième près.
   (b) Quelle valeur peut-on conjecturer pour $f(1)$?